Репетиторский центр «100 баллов».
Математика.
Тренировочный тест №1. 2013-2014 год.
РЕШЕНИЕ

Часть А

А1.

Известно, что a и b - цифры. Формула, выражающая число x, состоящее из a сотен, 8 десятков и b единиц имеет вид:
1) x = 100b + 80 + a; 2) x = 100a + 8 + b; 3) x=8ab;
4) x = 800 +10a + b; 5) x =100a + 80 + b.

Решение. Если число записано цифрами a, b и c, где a – количество сотен, b – количество десятков, c – количество единиц, то его можно представить в виде суммы $x = a \cdot 100 + b \cdot 10 + c$. Например, $785 = 7 \cdot 100 + 8 \cdot 10 + 5$. Поэтому в соответствии с условием имеем: $x = a \cdot 100 + 8 \cdot 10 + b$.

Ответ: 5).

А2.

Укажите наименьшее целое значение x, которое удовлетворяет неравенству $\left|x+2\frac{2}{9}\right| \le 0,(7)$.

1) 2; 2) -2; 3) -1; 4) -4; 5) -3.

Решение.
1) Сначала вспомним, что за число 0,(7). Это периодическая дробь: 0,77777…= 0,(7). Надо заменить эту бесконечную десятичную дробь обыкновенной дробью.

Вспомним правило: чтобы превратить периодическую дробь в обыкновенную, надо из числа, стоящего до второго периода, вычесть число, стоящее до первого периода, и записать разность в числителе. А в знаменателе записать столько девяток, сколько цифр в периоде, и столько нулей, сколько цифр между запятой и первым периодом.

Пример 1. Представить периодическую дробь 0,(72) в виде обыкновенной.0,(72) = 0,727272….
Первый период 72, второй период 72. Между запятой и началом второго периода число 72, между запятой и началом первого периода - цифр нет, то есть ноль. Поэтому, в числителе 72 - 0. В знаменателе две девятки, так как в периоде две цифры, нулей нет, так как между запятой и первым периодом цифр нет: $0,(72) = \frac{72-0}{99} = \frac{72}{99} = \frac{8}{11}$.
Пример 2. Представить периодическую дробь 0,1(72) в виде обыкновенной.
0,1(72) = 0,1727272… Первый период 72, второй период 72. Между запятой и началом второго периода число 172, между запятой и началом первого периода число 1. Поэтому, в числителе 172 - 1. В знаменателе две девятки, так как две цифры в периоде, и один ноль, так как между запятой и первым периодом одна цифра.
$0,1(72) = \frac{172-1}{990} = \frac{171}{990} = \frac{19}{110}$.
Вернёмся к нашему примеру: $0,(7) = \frac{7-0}{9} = \frac{7}{9}$.
2) Теперь раскроем модуль. Мы имеем дело с неравенством «модуль меньше».
Решением неравенства типа $|f(x)| \le a$**, где** $a > 0$ **является система** $\begin{cases} f(x) \le a \\ f(x) \ge -a \end{cases}$ **или двойное неравенство** $-a \le f(x) \le a$

Итак, неравенство преобразуем в двойное неравенство $-\frac{7}{9} \le x + 2\frac{2}{9} \le \frac{7}{9}$. Решаем это неравенство (если хотите, можно заменить его на систему обыкновенных неравенств).

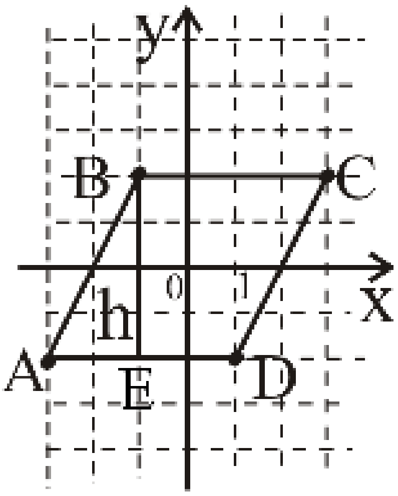
$$-\frac{7}{9} - 2\frac{2}{9} \le x \le \frac{7}{9} - 2\frac{2}{9}$$

$$-3 \le x \le -1\frac{4}{9}.$$

Наименьшее целое значение x = -3.

Ответ: 5).

A3.



Найдите площадь параллелограмма ABCD, если A(-3;-2) , B(-1;2), а точки C и D симметричны вершинам A и B относительно начала координат.

1)8; 2) 16; 3) 4; 4)20; 5) $\sqrt{20}$.

Решение.
Выполним чертёж. Точки, симметричные относительно начала координат, имеют противоположные координаты.
Точке A (-3;-2) симметрична точка C (3; 2), точке B (-1;2) – точка D (1; -2).
Найдём длины отрезков по координатам концов.
Вспомним формулу.
Длина отрезка AD с концами в точках $A(x_1; y_1)$ и $D(x_2; y_2)$ равна:

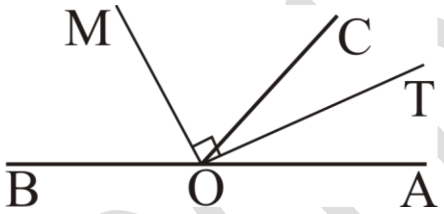
$$AD = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

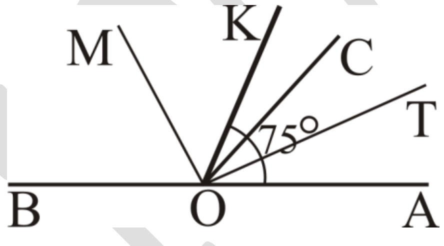
$$AD = \sqrt{(1+3)^2 + (-2+2)^2} = 4.$$

В данном случае можно было не мучиться с этой формулой, так как по чертежу видно, что AD = 4. На чертеже также видно, что $h = 4$. Осталось найти площадь параллелограмма, как произведение стороны параллелограмма ($AD = a$) на высоту, проведённую к этой стороне ($BE = h$).
$S = a \cdot h = 4 \cdot 4 = 16$.

Ответ: 2).

A4.





Луч OK - биссектриса угла, сторонами которого являются биссектрисы смежных углов AOC и COB. Вычислите градусную меру угла AOC, если угол AOK равен 75°.
1)120°; 2)30°; 3)15°; 4)60°; 5)45°.

Решение.
Полезно запомнить, что угол между биссектрисами смежных углов равен 90°:
Итак, если OM и OT – биссектрисы смежных углов, то $\angle MOT$ = 90°.
OK – биссектриса $\angle MOT$. Тогда $\angle KOT$ = 90°: 2 = 45°. По условию $\angle AOK$ = 75°, тогда $\angle AOT$ = 75° - 45° = 30°.
Вспомним, что OT – биссектриса $\angle AOC$, поэтому $\angle AOC = 2\,\angle AOT = 2 \cdot 30° = 60°$.

Ответ: 4).

A5.

Результат разложения многочлена $0{,}6(x-y)^2 - 3{,}6(y-x) + 5{,}4$ *на множители имеет вид:*
1) $0{,}6(x - y - 3)^2$; 2) $-0{,}6(y - x)^2$; 3) $0{,}6(x - y + 3)^2$;
4) $6(0{,}1x - 0{,}1y)(0{,}6x - 0{,}6y + 0{,}9)$; 5) $6(0{,}1x^2 - 0{,}1y^2 + 0{,}9)$.

Решение.
Поменяем местами слагаемые в первой скобке, так как при возведении в чётную степень мы помним: $(a-b)^2 = (b-a)^2$. Затем выносим за скобки общий множитель и получаем:

$$0{,}6(y-x)^2 - 3{,}6(y-x) + 5{,}4 = 0{,}6((y-x)^2 - 6(y-x) + 9).$$

В скобках мы имеем квадрат разности:

$$0{,}6(y - x - 3)^2.$$

Мы видим, что ответ в таком виде нам не предлагается. Снова в скобках «под квадратом» поменяем все знаки. И снова сделаем это «бесплатно», то есть, не вынося минус за скобки, так как степень чётная. Получаем:

$$0{,}6(x - y + 3)^2.$$

Ответ: 3).

А6.

Неизвестный член пропорции $\dfrac{2{,}3}{11{,}2-9\frac{2}{3}}=\dfrac{\frac{11}{3}:3\frac{1}{3}}{x}$ *равен… 1) 0,1; 2)* $\frac{15}{11}$ *3) 1; 4)* $\frac{11}{15}$*; 5) 15.*

<u>Решение</u>.

1) Сначала упростим выражение: $11{,}2-9\frac{2}{3}=11\frac{1}{5}-9\frac{2}{3}=2\frac{1}{5}-\frac{2}{3}=1\frac{8}{15}=\frac{23}{15}$.

$$\frac{11}{3}:3\frac{1}{3}=\frac{11}{3}\cdot\frac{3}{10}=\frac{11}{10}.$$

2) Перепишем пропорцию: $\dfrac{2{,}3}{\frac{23}{15}}=\dfrac{\frac{11}{10}}{x}$. Вспомним основное свойство пропорции:

Если $\frac{a}{b}=\frac{c}{x}$, то $ax=bc$. Тогда $x=\frac{bc}{a}$.

Применим это правило для решения заданной пропорции:

$$x=\frac{\frac{23}{15}\cdot\frac{11}{10}}{2{,}3}=\frac{23\cdot11}{15\cdot10\cdot2{,}3}=\frac{11}{15}.$$

Ответ: 4).

А7.

Если разделить 750 на две части так, чтобы 4% первой части в сумме с 12% второй части составили 5,6% всего числа, то меньшая часть числа равна…
1) 200; 2) 250; 3) 93,75; 4) 300; 5) 150.

<u>Решение</u>.

Пусть искомые числа x и y. Тогда имеет место уравнение $x + y = 750$.
Для составления второго уравнения вспомним, что проценты нужно представить в виде десятичной дроби. Для этого нужно число процентов разделить на 100. Например, 1% = 0,01; 50% = 0,5.
В данном случае 4% первого числа равны $0{,}04x$, 12% второго числа – это $0{,}12y$. А 5,6% всего числа равны $0{,}056 \cdot 750$. Получаем второе уравнение: $0{,}04x + 0{,}12y = 0{,}056 \cdot 750$.

Получили систему уравнений: $\begin{cases} x+y=750; \\ 0{,}04x+0{,}12y=42. \end{cases}$ Для решения упростите второе уравнение, домножив его на 100 и разделив на 4. Получаем $y = 150$, $x = 600$.

Ответ: 5).

А8.

Пусть: $a = 32\cdot10^5$, $b = 0{,}5\cdot10^{-4}$. *Найдите значение выражения* $\left(\frac{b}{a}\right)^{-1}$ *и представьте результат в стандартном виде.*
1) $6{,}4\cdot10^{10}$*; 2)* $1{,}6\cdot10^{-10}$*; 3)* $6{,}4\cdot10^{9}$*;*
4) $0{,}64\cdot10^{-9}$*; 5)* $64\cdot10^{9}$*.*

<u>Решение</u>.

Подставим заданные значения:

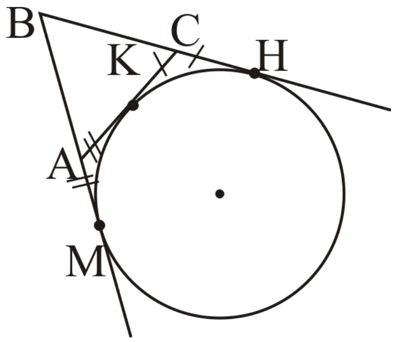
<table>
<tr><td></td><td>

$$\left(\frac{b}{a}\right)^{-1}=\left(\frac{\frac{1}{2}\cdot 10^{-4}}{32\cdot 10^{5}}\right)^{-1}=\left(\frac{1}{32\cdot 2\cdot 10^{4}\cdot 10^{5}}\right)^{-1}=\left(\frac{1}{2^{6}\cdot 10^{9}}\right)^{-1}=2^{6}\cdot 10^{9}=64\cdot 10^{9}=6{,}4\cdot 10^{10}.$$

Вспомним, как представить число в стандартном виде. Для этого его надо записать в виде произведения, где у первого множителя целая часть от 1 до 9, а второй множитель – это какая-то степень числа 10. При этом если мы переносим запятую в первом множителе влево, то степень десятки увеличивается, а если вправо, то уменьшается.
Пример 1. $0{,}256 = 2{,}56 \cdot 10^{-1}$.
Пример 2. $3251 = 3{,}251 \cdot 10^{3}$.

Ответ: 1).
</td></tr>
<tr><td>А9.</td><td>

Окружность касается стороны AC треугольника ABC в точке K и продолжений сторон AB и BC в точках M и H соответственно. Периметр треугольника ABC равен 36 см. Найдите длину отрезка касательной BH. 1) 3; 2) 6; 3) 18; 4) 12; 5) 9.



Решение.
Для решения вспомним теорему, которая гласит, что отрезки касательных, проведённых из одной точки к точкам касания, равны.
Из точки *B*: *BM* = *BH*. При этом *BM* = *BA* + *AM*, *BH* = *BC* + *CH*.
Из точки *A*: *AM* = *AK*.
Из точки *C*: *CK* = *CH*.
Тогда *BA* + *AK* = *BC* + *CK*.
Но периметр треугольника *ABC* – это сумма *AB* + *BC* + *AC*, где *AC* = *AK* + *KC*.
Тогда $P_{\Delta ABC}$ = *AB* + *BC* + *AK* + *KC* = *BM* + *BH* = 2 *BH*. Получаем, что
BH = 36 : 2 = 18.
Ответ: 3).
</td></tr>
<tr><td>А10.</td><td>

Металлический цилиндр с площадью основания 4см² переплавлен в конус, высота которого в 6 раз меньше высоты цилиндра. Найдите площадь основания конуса.
1)72 см²; 2) 24см²; 3) 2 см²; 4) 36 см²; 5) 18 см².

Решение.
Так как цилиндр переплавили в конус, то мы считаем, что $V_{ЦИЛИНДРА} = V_{КОНУСА}$.
Вспомним, что $V_{ЦИЛИНДРА} = S_{ОСН} \cdot H_{К}$, а $V_{КОНУСА} = ⅓\, S_{ОСН} \cdot h_{Ц}$. По условию задачи $H_{К} = 6\cdot h_{Ц}$.
Получаем:
$S_{ОСН.К} \cdot H_{К} = ⅓\, S_{ОСН.Ц} \cdot h_{Ц}$
$S_{ОСН.К} \cdot 6\, h_{Ц} = ⅓\, S_{ОСН.Ц} \cdot h_{Ц}$,   откуда $S_{ОСН.Ц} = 72$.

Ответ: 1).
</td></tr>
<tr><td>А11.</td><td>

Сколько положительных членов содержит арифметическая прогрессия 4,6; 4,2; 3,8…
1) 13; 2) 12; 3) 25; 4) 11; 5) 10.

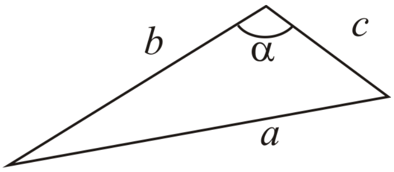
Решение.
Мы имеем прогрессию, у которой $a_1 = 4{,}6$, $a_2 = 4{,}2$,…
Найдём разность прогрессии: $d = a_2 - a_1 = 4{,}2 – 4{,}6 = -0{,}4$.
Запишем формулу n-го члена прогрессии: $a_n = a_1 + d\,(n – 1)$.
Подставляем данные задачи: $a_n = a_1 + d\,(n – 1) = 4{,}6 – 0{,}4\,(n – 1) = 5 – 0{,}4n$.
Теперь задача сводится к тому, чтобы найти наибольшее целое n, при котором $a_n > 0$.
Решаем неравенство $5 – 0{,}4n > 0$. Получаем $n < 12{,}5$.
Наибольшее целое n, удовлетворяющее данному неравенству равно 12.

Ответ: 2).
</td></tr>
</table>

A12. *Найдите длину третьей стороны треугольника, если длины двух других его сторон являются корнями квадратного трёхчлена x^2 - 13x + 20, а угол между ними равен 120°.*

1) $\sqrt{189}$ *; 2)* $\sqrt{249}$ *; 3)* $\sqrt{7}$ *; 4) 10; 5)* $\sqrt{149}$.

<u>Решение</u>.



Сначала найдём корни квадратного трёхчлена, решив квадратное уравнение $x^2 - 13x + 20 = 0$.

Не пугайтесь, получив «некрасивые» корни: $x_{1,2} = \frac{13 \pm \sqrt{89}}{2}$.

Для решения задачи воспользуемся теоремой косинусов.

Напомним её: $a^2 = b^2 + c^2 - 2\,bc\cos\alpha$.

Т.к. по условию задачи $\alpha = 120°$, то, подставляя найденные ранее длины сторон b и c, получаем, что

$$a^2 = \left(\frac{13+\sqrt{89}}{2}\right)^2 + \left(\frac{13-\sqrt{89}}{2}\right)^2 - 2\cdot\frac{13+\sqrt{89}}{2}\cdot\frac{13-\sqrt{89}}{2}\cdot\cos 120°.$$

Учтём, что: $\cos 120° = -\cos 60° = -\frac{1}{2}$.

Проведя вычисления, получаем, что $a^2 = 149$.

Можно было бы решить задачу с использованием теоремы Виета.

$$x^2 - 13x + 20 = 0 \Rightarrow x_1 + x_2 = 13,\ x_1 \cdot x_2 = 20 \Rightarrow$$

$$a^2 = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2\cos 120^\circ = x_1^2 + x_2^2 - 2x_1x_2\cdot\left(-\frac{1}{2}\right) =$$

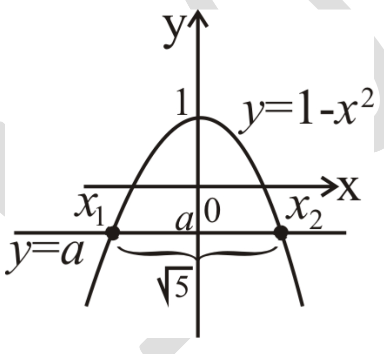
$$= (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + x_1x_2 = (x_1 + x_2)^2 - x_1x_2 = 13^2 - 20 = 169 - 20 = 149$$

Ответ: 5).

A13. *Расстояние между точками пересечения параболы y =1-x^2 с прямой y = a составляет* $\sqrt{5}$, *если a равно…*

1) $-\frac{1}{4}$; *2)* $-\frac{3}{2}$; *3)* $\frac{3}{2}$; *4)* $-\frac{9}{4}$; *5)* $\frac{9}{4}$.

<u>Решение</u>.



Для начала давайте вспомним, что из себя представляют графики, о которых идёт речь.

$y = 1 - x^2$ – это парабола, ветви которой направлены вниз, т.к. коэффициент перед x^2 отрицательный (он равен -1), а $y = a$ – это прямая, параллельная оси Ox и пересекающая ось Oy в точке (0; a).

Поскольку в условии сказано, что графики имеют две точки пересечения, то рисунок к задаче выглядит так:

Точки (x_1; a) и (x_2; a) – это точки пересечения графиков. Причём x_1 и x_2 – противоположные числа, то есть $x_1 = -x_2$. Тогда расстояние между ними равно

$2|x_1| = 2|x_2| = \sqrt{5}$. Откуда $|x_2| = \frac{\sqrt{5}}{2}$. Осталось вспомнить, что координаты точки пересечения графиков (x_2; a) удовлетворяют уравнениям обоих функций, в том числе и параболы. Подставляем координаты точки в уравнение параболы и получаем:

$$a = 1 - \left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right)^2 = 1 - \frac{5}{4} = -\frac{1}{4}.$$

Ответ: 1).

A14.	*Среди приведенных утверждений* *1)* $\left(\sqrt{1{,}01}\right)^{-\pi} > 1$*; 2)* $\left(\dfrac{\pi}{3}\right)^{\cos 100^o} > 1$*; 3)* $\left(\dfrac{\pi}{4}\right)^{\sqrt{2}} > 1$*: 4)* $(0{,}5)^{\cos 100^o} > 1$*; 5)* $(0{,}5)^{\pi} > 1$ *укажите номера верных. 1) 1, 3; 2) 2; 3) 3, 5; 4) 4; 5) 1, 5, 3.* <u>Решение</u>. Разберём по очереди все неравенства. 1) $\left(\sqrt{1{,}01}\right)^{-\pi} > 1$. Учтём, что $\sqrt{1{,}01} > 1$. Число, большее 1, будучи возведённым в отрицательную степень, становится меньше 1. Итак, неравенство 1) – неверное. 2) $\left(\dfrac{\pi}{3}\right)^{\cos 100^o} > 1$. Учтём, что $\dfrac{\pi}{3} > 1$, а $\cos 100^o < 0$. Число, большее 1, будучи возведённым в отрицательную степень, становится меньше 1. Итак, неравенство 2) –неверное. 3) $\left(\dfrac{\pi}{4}\right)^{\sqrt{2}} > 1$. Учтём, что $\dfrac{\pi}{4} < 1$, а $\sqrt{2} > 0$. Положительное число, меньшее 1, будучи возведённым в положительную степень, остаётся меньше 1. Итак, неравенство 3) –неверное. 4) $(0{,}5)^{\cos 100^o} > 1$. Учтём, что $0{,}5 < 1$, а $\cos 100^o < 0$. Положительное число, меньшее 1, будучи возведённым в отрицательную степень, становится больше 1. Итак, неравенство 4) –верное. 5) $(0{,}5)^{\pi} > 1$. Учтём, что $0{,}5 < 1$. Положительное число, меньшее 1, будучи возведённым в положительную степень, остаётся меньше 1. Итак, неравенство 5) –неверное. Ответ: 4).
A15.	*В треугольнике с вершинами A(14;-13), B(16;-14) и C(17;-17) угол при вершине B в градусах равен…* *1) 45°; 2) 135°; 3) 90°; 4) 60°; 5) 120°.* <u>Решение</u>. В задании *А*3 мы уже вспоминали, что расстояние между точками вычисляется по формуле $r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$. Найдём длины всех сторон треугольника: $$AB = \sqrt{(16-14)^2 + (-14+13)^2} = \sqrt{5}$$ $$AC = \sqrt{(17-14)^2 + (-17+13)^2} = 5$$ $$BC = \sqrt{(17-16)^2 + (-17+14)^2} = \sqrt{10}.$$ Дальше воспользуемся теоремой косинусов (см. А12): $$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \cdot AB \cdot BC \cdot \cos B.$$ Подставляем длины сторон: $$5^2 = \sqrt{5}^2 + \sqrt{10}^2 - 2 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt{10} \cdot \cos B.$$ Выражаем значение косинуса угла *B*. Получаем, что: $\cos B = -\dfrac{\sqrt{2}}{2}$, поэтому $\angle B$=135° (если косинус угла в треугольнике отрицателен, то этот угол – тупой). Ответ: 2).

A16.

Сумма корней (корень, если он единственный) уравнения $\dfrac{\sqrt{x}}{\sqrt{1+x}}+\sqrt{\dfrac{1+x}{x}}=\dfrac{5}{2}$ *равна (равен):*

1) $\frac{4}{3}$*;* *2)* -1*;* *3) 1;* *4)* $\frac{1}{3}$*;* *5) 3.*

<u>Решение</u>. Начнём с ОДЗ.
Заметим, что первое и второе слагаемое, не смотря на свою похожесть, имеют разную ОДЗ.

Итак, ОДЗ уравнения: $\begin{cases} x>0 \\ 1+x>0 \end{cases}$, что равносильно неравенству $x > 0$.

В остальном можно считать слагаемые взаимно обратными числами.

Введём замену переменных: $t=\sqrt{\dfrac{1+x}{x}}$; $\dfrac{1}{t}=\sqrt{\dfrac{x}{1+x}}$.

Тогда имеем уравнение $t+\dfrac{1}{t}-\dfrac{5}{2}=0$.

Приводим к общему знаменателю: $\dfrac{2t^2-5t+2}{2t}=0$. $t_1=\dfrac{1}{2}$; $t_2=2$.

Проводим обратную замену: $\sqrt{\dfrac{1+x}{x}}=\dfrac{1}{2}$; $\sqrt{\dfrac{1+x}{x}}=2$ и решаем два получившихся уравнения.

Не забудьте проверить корни по ОДЗ! Единственным решением является $x=\dfrac{1}{3}$

Ответ: 4).

A17.

Решением неравенства $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{\log_{0,8}\log_3\frac{x-2}{x-4}}\le 1$ *является:*

1) (5; ∞); *2) (-∞; -4) ∪ [5; ∞);* *3) (4; 5];* *4) [5; ∞);* *5) (4; ∞).*

<u>Решение</u>.
1) Сначала разберёмся с показательным неравенством. Единицу мы всегда можем представить в виде удобного нам числа в нулевой степени: $\left(\dfrac{1}{4}\right)^{\log_{0,8}\log_3\frac{x-2}{x-4}}\le\left(\dfrac{1}{4}\right)^0$. Основания одинаковые, поэтому можем сравнивать показатели степени. Не забудьте, что так как основание $\dfrac{1}{4}<1$, необходимо поменять знак неравенства: $\log_{0,8}\log_3\dfrac{x-2}{x-4}\ge 0$.

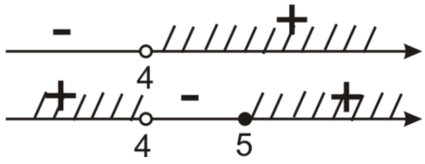
2) В первую очередь решаем неравенство относительно логарифма с основанием 0,8 < 1, поэтому меняем знак неравенства: $\log_3\dfrac{x-2}{x-4}\le 0{,}8^0$, т.е. $\log_3\dfrac{x-2}{x-4}\le 1$.

3) Теперь разберёмся с логарифмом с основанием 3: $\dfrac{x-2}{x-4}\le 3$.

4) Осталось только учесть ОДЗ, не потеряв ничего: $\begin{cases} \log_3\dfrac{x-2}{x-4}>0; \\ \dfrac{x-2}{x-4}>0. \end{cases}$ $\begin{cases} \dfrac{x-2}{x-4}>1; \\ \dfrac{x-2}{x-4}>0. \end{cases}$ Здесь достаточно решить только первое неравенство, тогда второе выполняется автоматически.

Итак, собираем обе части решения в одну систему:

$$\begin{cases} \dfrac{x-2}{x-4} > 1; \\ \dfrac{x-2}{x-4} \le 3. \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{x-2-x+4}{x-4} > 0; \\ \dfrac{x-2-3x+12}{x-4} \le 0. \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{2}{x-4} > 0; \\ \dfrac{-2x+10}{x-4} \le 0. \end{cases} \quad \begin{cases} \dfrac{2}{x-4} > 0; \\ \dfrac{x-5}{x-4} \ge 0. \end{cases}$$

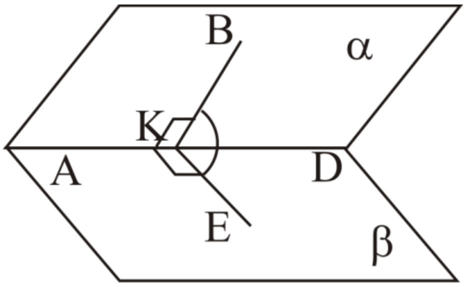


Получаем: $x \in [5; +\infty)$.

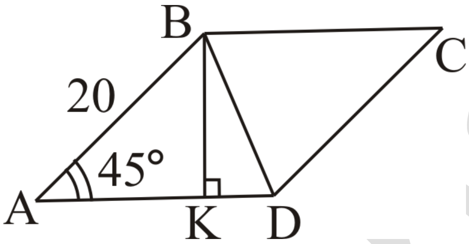
Ответ: 4).

A18. *В ромбе ABCD сторона AB = 20 см, угол BAD = 45°, точка E - основание перпендикуляра, проведенного из вершины B к плоскости α, содержащей сторону AD. Вычислите расстояние от точки E до плоскости (ABC), если двугранный угол BADE равен 60°.*

1) $\dfrac{5\sqrt{6}}{2}$ *; 2)* $5\sqrt{6}$ *; 3)* $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$ *; 4)* $5\sqrt{3}$ *; 5) 10.*



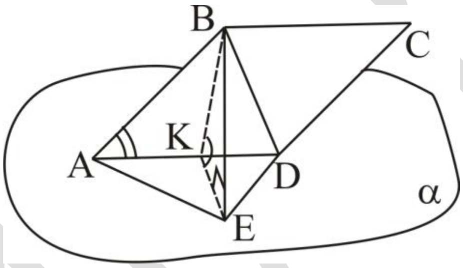
<u>Решение</u>. Сначала давайте вспомним, как изобразить двугранный угол. Двугранный угол – это угол между плоскостями (в данном случае между α и β. Общая прямая этих плоскостей – это ребро двугранного угла (*AD*). Возьмём любую точку на ребре *AD* (точка *K*). Восстановим из этой точки два перпендикуляра к прямой *AD* – один в плоскости *α*, а другой – в плоскости *β*. Угол между этими перпендикулярами равен по величине двугранному углу. На рисунке это $\angle BKE$.



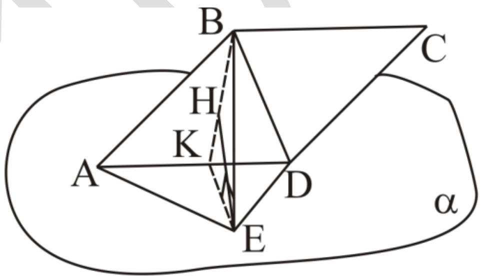
Теперь давайте рассмотрим параллелограмм *ABCD*. Поскольку нам придётся выбирать на ребре *AD* точку, из которой будем восстанавливать перпендикуляр, выберем эту точку *K* так, чтобы перпендикуляром был отрезок ВК: $BK \perp AD$.

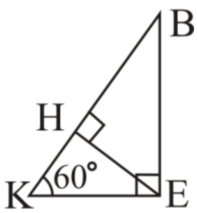
Рассмотрим ΔABK. Он прямоугольный, значит, равнобедренный: *AK* = *BK*. По теореме Пифагора

$$AK = KB = 10\sqrt{2}.$$



Вернёмся к условию задачи. Чтобы построить чертёж, надо понять, что ромб наклонен к плоскости α, при этом сторона AD лежит в этой плоскости. По теореме о трёх перпендикулярах перпендикуляр к прямой *AD*, восстановленный в точке *K* пройдёт через точку Е. Поэтому на чертеже $\angle BKE = 60°$.





Теперь поймём, что нам надо найти. Расстоянием от точки Е до плоскости (*ABC*) будет перпендикуляр *EH*, опущенный на *KB*. Сделаем отдельно чертёж треугольника *KBE*. Нам известно, что ∠BKE = 60°, ∠BEK = 90°, $BK = 10\sqrt{2}$.

Тогда $KE = 5\sqrt{2}$, как катет, лежащий напротив $\angle B = 30°$.

В Δ *EKH*: $KH = \dfrac{5\sqrt{2}}{2}$, тоже, как катет, лежащий напротив ∠KEH = 30°.

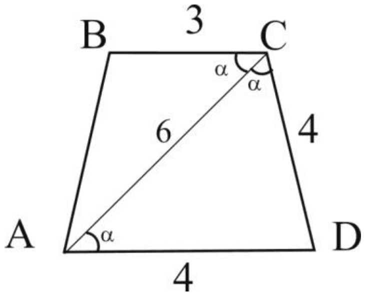
Осталось в Δ *EKH* по теореме Пифагора найти:

$$EH = \frac{5\sqrt{6}}{2}.$$

Ответ: 1).

Часть B

B1.



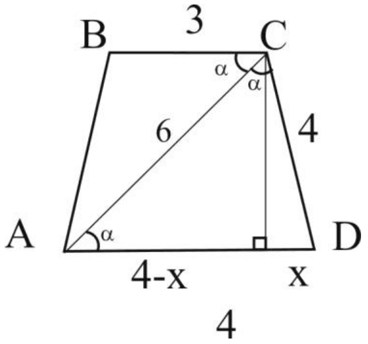
В трапеции с основаниями 3 и 4 диагональ имеет длину 6 и является биссектрисой одного из углов. Площадь трапеции, умноженная на $\sqrt{112}$ *равна …*

Решение.

Предположим, что в условии задачи речь идёт о биссектрисе острого угла. Тогда треугольник *ABC* - равнобедренный со сторонами 3, 3 и 6. Но такого треугольника существовать не может, т.к. сумма двух сторон треугольника должна быть больше третьей.

Значит, в условии задачи речь идёт о биссектрисе тупого угла.

Тогда треугольник *ACD* - равнобедренный со сторонами 4, 4 и 6.

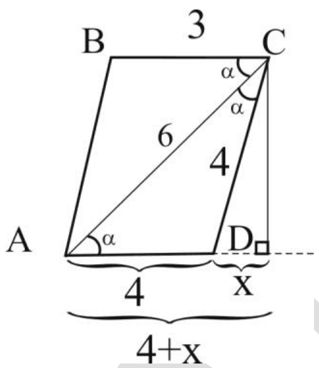


Опустим из точки *C* высоту *h*, которая разбивает сторону *AD* на отрезки *x* и 4-*x*.

Запишем систему уравнений из двух теорем Пифагора

$$\begin{cases} h^2 + x^2 = 16 \\ h^2 + (4 - x)^2 = 36 \end{cases}$$

Решим систему уравнений и получим, что *x* - отрицательный!!!



Такое может быть, если трапеция имеет вид представленный на последнем рисунке.

Тогда система уравнений имеет вид: $\begin{cases} h^2 + x^2 = 16 \\ h^2 + (4 + x)^2 = 36 \end{cases}$.

2 способ решения.

Рассмотрим ΔACD. Его высота будет высотой трапеции.

Найдём площадь треугольника по формуле Герона: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где *p* – полупериметр треугольника, *a*, *b*, *c* – его стороны.

В данной задаче *p* = 7.

$S = \sqrt{7(7-6)(7-4)(7-4)} = 3\sqrt{7}$. Теперь вспомним вторую формулу вычисления площади: $S = \frac{1}{2} a h_a$. Поскольку нас интересует высота, проведенная к стороне *AD*, то считаем *a* = 4.

Получаем: $3\sqrt{7} = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot h$, откуда $h = \frac{3\sqrt{7}}{2}$. Осталось найти площадь трапеции: $S = \frac{a+b}{2} h$.

Подставив значения, получаем $S = \frac{3+4}{2} \cdot \frac{3\sqrt{7}}{2} = \frac{21\sqrt{7}}{4}$.

Не забудьте, что по условию ответ задачи надо умножить на $\sqrt{112}$: $\frac{21\sqrt{7}}{4} \cdot \sqrt{112} = \frac{21\sqrt{7} \cdot 4\sqrt{7}}{4} = 147$.

Ответ: 147.

B2.

Если $\log_{a^3} \sqrt{b} = 2$, *то выражение* $120 \log_{a^3 \cdot \sqrt[4]{b^7}} \left(\frac{a^2 \cdot b^5}{\sqrt[13]{a \cdot b}} \right)^{-\frac{1}{5}}$ *равно …*

<u>Решение</u>.

В отличие от других разделов, здесь более быстрым решением будет не преобразование исходного примера, а использование дополнительного условия $\log_{a^3}\sqrt{b}=2$.

$\sqrt{b}=a^6 \Rightarrow \quad b=a^{12}$. Теперь подставим в исходное выражение вместо b выражение a^{12}.

$$\log_{a^3\cdot\sqrt[4]{a^{84}}}\left(\frac{a^2\cdot a^{60}}{\sqrt[13]{a\cdot a^{12}}}\right)^{-\frac{1}{5}}=\log_{a^{24}}\left(\frac{a^{62}}{a^1}\right)^{-\frac{1}{5}}=-\frac{1}{5}\cdot\log_{a^{24}}a^{61}=$$

$$=-\frac{1}{5}\cdot 61\cdot\frac{1}{24}\cdot\log_a a=-\frac{61}{120}$$

Умножив на 120, получим ответ.

Ответ: -61.

B3.

Произведение корней уравнения $3\left(x^2+\frac{4}{x^2}\right)-2\left(x-\frac{2}{x}\right)=13$ *равно…*

<u>Решение</u>.

Для решения подобных уравнений надо вспомнить «фокус», который можно применить к сумме квадратов. Когда речь шла о разложении её на множители, но здесь проведём следующие преобразования:

$$a^2+b^2=a^2+b^2+2ab-2ab=(a+b)^2-2ab$$

$$a^2+b^2=a^2+b^2-2ab+2ab=(a-b)^2+2ab.$$

Какую из формул выбрать, зависит от того, какую замену переменных удобно выполнить.

В данном примере преобразуем выражение в первых скобках:

$$x^2+\frac{4}{x^2}-2x\frac{2}{x}+2x\frac{2}{x}=\left(x-\frac{2}{x}\right)^2+4.$$

Обратите внимание, что все «лишние» x сократились. Вернёмся к уравнению.

$$3\left(\left(x-\frac{2}{x}\right)^2+4\right)-2\left(x-\frac{2}{x}\right)=13.$$

Введём замену переменных: $t=x-\frac{2}{x}$.

$3(t^2+4)-2t=13. \quad t_1=1, \quad t_2=-\frac{1}{3}.$

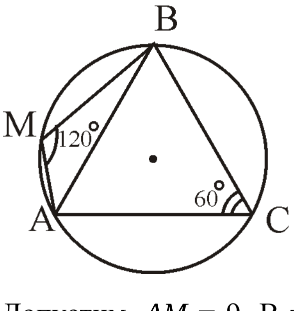
Осталось решить два уравнения: $x-\frac{2}{x}=1$ и $x-\frac{2}{x}=-\frac{1}{3}$.

Корни уравнений: $\frac{-1\pm\sqrt{73}}{6};\ -1;\ 2$. Перемножив эти корни, получаем 4.

Ответ: 4.

B4. *На окружности радиуса 5,описанной около правильного треугольника ABC, взята точка M. Известно, что расстояние от точки M до одной из вершин треугольника равно 9. Сумма расстояний от точки M до двух других вершин треугольника равна…*

Решение.



Воспользуемся теоремой синусов, чтобы найти сторону треугольника:

$$\frac{a}{\sin\alpha} = 2R.$$

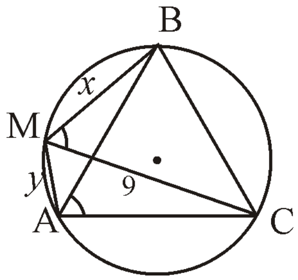
Отсюда выражаем сторону треугольника:

$$a = 2R\cdot\sin\alpha = 2\cdot 5\cdot\sin 60^\circ = 5\sqrt{3}.$$

Теперь определимся, расстояние до какой точки равно 9?

Рассмотрим четырёхугольник *AMBC*. Так как он вписан в окружность, то сумма его противолежащих углов равна 180°, а значит, $\angle AMB$=120°.

Допустим, *AM* = 9. В треугольнике *AMB* самый большой угол 120°, значит, напротив него должна лежать самая большая сторона (неравенство треугольника). Сравним 9 и $5\sqrt{3}$.



Оказывается, что сторона *MA* больше, чем *AB*. Получили противоречие.

Значит, заданное расстояние 9 – это *MC*.

Рассмотрим $\angle BMC$ и $\angle BAC$. Они равны, так как опираются на одну дугу окружности.

Рассмотрим ΔBMC. В нём MC = 9, $BC = 5\sqrt{3}$, $\angle$ *BMC* = 60°. Обозначим: *MB* = *x* и запишем теорему косинусов для данного треугольника: $BC^2 = MC^2 + MB^2 - 2MC\cdot MB\cdot\cos\angle M$.

Получаем: $\left(5\sqrt{3}\right)^2 = x^2 + 81 - 2x\cdot 9\cdot\frac{1}{2}$. Упрощаем: $x^2 - 9x + 6 = 0$.

Находим корни данного уравнения: $x_{1,2} = \frac{9\pm\sqrt{57}}{2}$.

Из ΔAMC аналогично находим $y_{1,2} = \frac{9\pm\sqrt{57}}{2}$.

Вспомните, что мы ищем – сумму значений *x* и *y*. Осталось понять, может ли *x* быть равен *y*. Если это так, то треугольник *AMB* равнобедренный. Вспомним, что $\angle AMB$=120°, $\angle CMB$=60°. Значит, *MC* – биссектриса треугольника, которая является серединным перпендикуляром отрезка *AB*. Центр описанной вокруг треугольника окружности (в данном случае ΔABM) должен находиться как раз на серединном перпендикуляре к стороне треугольника. То есть отрезок *MC* должен быть диаметром окружности, а это невозможно (*MC*=9, а диаметр 10).

Значит, $x \neq y$.

Тогда искомая сумма: $x + y = \frac{9+\sqrt{57}}{2} + \frac{9-\sqrt{57}}{2} = 9$.

Ответ: 9

B5. *Сумма целых решений неравенства* $\frac{\log_{x+1}|x-2|}{x^2-3x-10} \le 0$ *равна…*

Решение.

При решении неравенств очень удобно использовать обобщенный метод интервалов.

При решении этим методом действуйте по схеме:

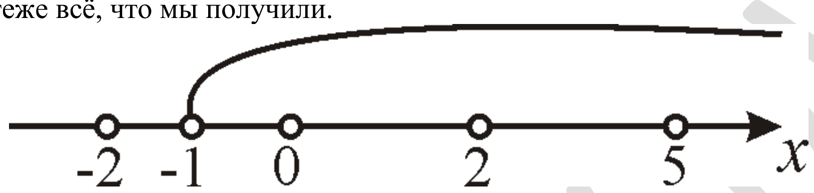
1. Определите ОДЗ
2. Преобразуйте неравенство так, чтобы в правой части был ноль (в левой части, если это возможно, приведите к общему знаменателю, разложите на множители и т.п.)
3. Найдите все корни числителя и знаменателя и нанесите их на числовую ось, причём, если неравенство нестрогое, закрасьте корни числителя
4. Найдите знаки на каждом из интервалов, подставляя в преобразованное неравенство число из данного интервала. НЕЛЬЗЯ РАССТАВЛЯТЬ ЗНАКИ ПО ПРИНЦИПУ ПЛЮС – МИНУС – ПЛЮС
5. Найдите пересечение ОДЗ и удовлетворяющих неравенству промежутков, при этом не потеряйте

отдельные точки, удовлетворяющих неравенству.

Переходим к решению данного примера.
1. Область Допустимых Значений в числителе мы найдём, исходя из того, что основание логарифма больше нуля и не равно 1, а подлогарифмическое выражение больше нуля.
Область Допустимых Значений в знаменателе мы найдём, исходя из того, что знаменатель не может быть равен нулю.

Получаем $\begin{cases} x+1>0 \\ x+1\neq 1 \\ |x-2|>0 \\ x^2-3x-10\neq 0 \end{cases}$ Тогда $\begin{cases} x>-1 \\ x\neq 0 \\ x\neq 2 \\ x\neq -2,\ x\neq 5 \end{cases}$

Изобразим на чертеже всё, что мы получили.



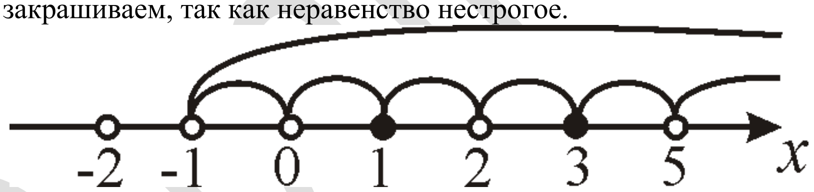
Учтём, что выражение $x \neq -2$ нас не интересует, так как $x > -1$

2. Этот пункт в данном случае выполнять не надо, так как в правой части неравенства число 0.

3. Корни знаменателя нами уже найдены. Будем искать корни числителя. Для этого решим уравнение:

$$\log_{x+1}|x-2|=0$$

Получаем корни $x = 3$ и $x = 1$. Оба корня удовлетворяют ОДЗ, поэтому наносим их на координатную ось, причём точки закрашиваем, так как неравенство нестрогое.

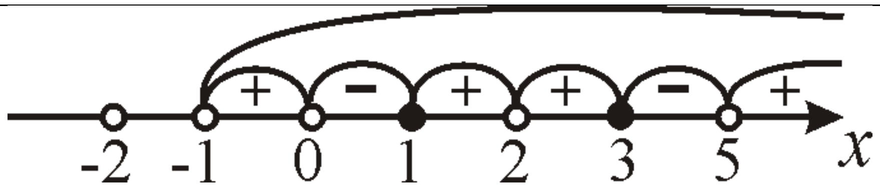


4. Находим знаки неравенства на каждом из промежутков, подставляя в неравенство соответствующие числа.
При решении неравенств будем учитывать, что **логарифм положителен**, если подлогарифмическое выражение, и основание логарифма больше 1, или если подлогарифмическое выражение, и основание логарифма меньше 1. **Логарифм отрицателен**, если подлогарифмическое выражение больше 1, а основание логарифма меньше 1, или если подлогарифмическое выражение меньше 1, а основание логарифма больше 1.

$\log_a b > 0$, если $\begin{cases} b>1 \\ a>1 \end{cases}$ или $\begin{cases} 0<b<1 \\ 0<a<1 \end{cases}$

$\log_a b < 0$, если $\begin{cases} b>1 \\ 0<a<1 \end{cases}$ или $\begin{cases} 0<b<1 \\ a>1 \end{cases}$

Для крайнего справа интервала выберем $x = 6$. В числителе и знаменателе получаем положительное выражение.
Для следующего интервала выберем $x = 4$. В числителе получаем положительное выражение, а в знаменателе - отрицательное.
Для следующего интервала выберем $x = 2{,}5$. В числителе получаем отрицательное выражение, в знаменателе тоже отрицательное
Для следующего интервала выберем $x = 1{,}5$. В числителе получаем отрицательное выражение, в знаменателе тоже отрицательное. Итак, мы видим, что на двух соседних интервалах одинаковый знак выражения.
Продолжите расставлять знаки самостоятельно.



Получим решение неравенства $(0;1]\cup[3;5)$. Целые решения: 1, 3, 4.

Ответ: 8

B6. *Сумма трёх чисел, составляющих возрастающую геометрическую прогрессию, равна 70, а если из них вычесть соответственно 2, 8 и 24, то вновь полученные числа составят арифметическую прогрессию. Сумма первых двенадцати членов исходной геометрической прогрессии равна …*

<u>Решение</u>.

По условию $b_1+b_1q+b_1q^2=70$.

С другой стороны, мы имеем арифметическую прогрессию, члены которой равны:

$a_1=b_1-2;\quad a_2=b_1q-8;\quad a_3=b_1q^2-24$.

Вспомним свойство арифметической прогрессии: $2a_2=a_1+a_3$. Подставим имеющиеся значения. Получаем систему уравнений: $\begin{cases}b_1+b_1q+b_1q^2=70;\\2(b_1q-8)=b_1-2+b_1q^2-24\end{cases}$. Раскрываем скобки, приводим подобные слагаемые: $\begin{cases}b_1(1+q+q^2)=70;\\b_1(q^2-2q+1)=10\end{cases}$ Делим первое уравнение на второе, применяем правило пропорции, приводим подобные слагаемые. Получаем уравнение: $2q^2-5q+2=0$.

Получаем $q_1=2$, $q_2=0{,}5$ – не удовлетворяет условию задачи, так как прогрессия является возрастающей.

Находим $b_1=10$.

Формула суммы n членов геометрической прогрессии: $S_n=\dfrac{b_1(q^n-1)}{(q-1)}$.

Находим $S_{12}=\dfrac{10\cdot(2^{12}-1)}{(2-1)}=40950$.

Ответ: 40950.

B7. *Сумма корней (корень, если он единственный) уравнения* $\left(\sqrt{6+\sqrt{20}}-\sqrt{6-\sqrt{20}}\right)^{2x}+2^{2(x+1)}=320$ *равна…*

<u>Решение</u>. Выделим под каждым корнем полный квадрат:

$$\sqrt{6+\sqrt{20}}=\sqrt{6+2\sqrt5}=\sqrt{5+2\sqrt5\cdot1+1}=\sqrt{(\sqrt5+1)^2}=\sqrt5+1$$
$$\sqrt{6-\sqrt{20}}=\sqrt{6-2\sqrt5}=\sqrt{5-2\sqrt5\cdot1+1}=\sqrt{(\sqrt5-1)^2}=\sqrt5-1$$

Тогда условие преобразуем так: $(\sqrt5+1-\sqrt5+1)^{2x}+2^{2x}\cdot2^2=320$

$$2^{2x}+2^{2x}\cdot4=320.$$

Вынесем общий множитель:

$$2^{2x}(1+4)=320$$
$$2^{2x}=64$$
$$2x=6$$
$$x=3.$$

Ответ: 3

B8.

Сумма корней (в градусах) уравнения $2tg4x\cdot\sin\frac{x}{2}\cdot\sin x\cdot\cos\frac{x}{2}-tg4x=0$ *на промежутке* $[0;180^\circ]$ *равна …*

Решение. Упростим выражение. Для этого вынесем $tg\,4x$ за скобки и поменяем множители местами так, чтобы удобно было выполнять дальнейшие преобразования.

$$tg4x\cdot(2\sin\frac{x}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}\cdot\sin x-1)=0$$

$$tg4x\cdot(\sin x\cdot\sin x-1)=0$$

$$tg4x\cdot(\sin^2 x-1)=0$$

$$tg4x\cdot\cos^2 x=0$$

Итак, получаем две ветки решения:

$tg4x=0$ или $\cos^2 x=0$

$4x=\pi n$ $\qquad x=\frac{\pi}{2}k$

$x=\frac{\pi}{4}n$. Отбираем корни, принадлежащие промежутку $[0;180^\circ]$.

$n=0,\ x=0^\circ$ $\qquad k=0,\ x=0^\circ$

$n=1,\ x=45^\circ$ $\qquad k=1,\ x=90^\circ$

$n=2,\ x=90^\circ$ $\qquad k=2,\ x=180^\circ$

$n=3,\ x=135^\circ$

$n=4,\ x=180^\circ$

Как видим, все корни, полученные во втором уравнении, уже встретились нам в первом. Поэтому исходное уравнение имеет на указанном промежутке 5 корней. Обратите внимание, что мало просто посчитать количество корней в каждой части уравнения, надо ещё проверить, не повторяются ли они. Сложим полученные значения x.

Ответ: 450.

B9.

Если $\sin\alpha+\sin\beta=-\frac{21}{65}$, $\cos\alpha+\cos\beta=-\frac{27}{65}$, $\frac{5\pi}{2}<\alpha<3\pi$, $-\frac{\pi}{2}<\beta<0$, *то значение выражения* $\sqrt{130}\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$ *равно…*

Решение.

Применим формулы суммы синусов и косинусов к данным из условия задачи:

$$\sin\alpha+\sin\beta=2\cdot\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}=-\frac{21}{65}$$

$$\cos\alpha+\cos\beta=2\cdot\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cdot\cos\frac{\alpha-\beta}{2}=-\frac{27}{65}$$

Делим первое уравнение на второе. Получаем

$\dfrac{\sin\frac{\alpha+\beta}{2}}{\cos\frac{\alpha+\beta}{2}}=\frac{21}{27}$, откуда $tg\frac{\alpha+\beta}{2}=\frac{7}{9}$.

Воспользуемся формулой $1+tg^2\alpha=\frac{1}{\cos^2\alpha}$.

Получаем $\cos^2\frac{\alpha+\beta}{2}=\dfrac{1}{1+\frac{49}{81}}=\frac{81}{130}$

Учтём, что: $\frac{5\pi}{2} < \alpha < 3\pi$, $-\frac{\pi}{2} < \beta < 0$

Значит,

$2\pi < \alpha + \beta < 3\pi$

Тогда

$\pi < \frac{\alpha+\beta}{2} < \frac{3\pi}{2}$ - третья четверть.

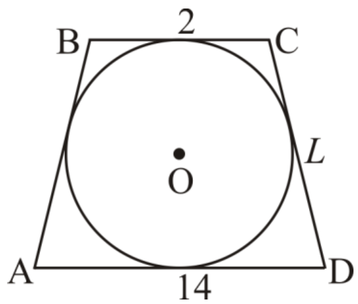
В третьей четверти косинус отрицательный. Окончательно получаем:

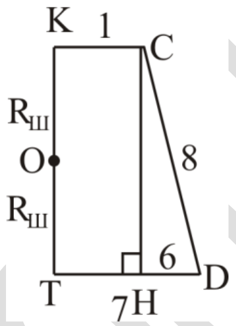
$\sqrt{130}\cos\frac{\alpha+\beta}{2} = -9$.

Ответ: -9.

B10. *Шар вписан в усечённый конус, радиусы оснований которого равны 1 и 7. Если S – площадь боковой поверхности усечённого конуса, а S_0 - площадь поверхности шара, то значение $\frac{7S}{S_0}$ равно…*

<u>Решение.</u>





Рассмотрим осевое сечение данного усеченного конуса. Мы имеем равнобокую трапецию *ABCD* с основаниями 2 и 14 и образующей *L*. В трапецию вписана окружность, радиус корой равен радиусу шара. Если в четырёхугольник можно вписать окружность, то суммы его противоположных сторон равны. Поэтому $2L = 2 + 14$, откуда $L = 8$. Теперь найдём радиус шара. Этот радиус равен половине высоты трапеции: $R = OK = OT = ½\ CH$.

CH мы найдём из прямоугольного треугольника *CHD*.

$$HD = 7 - 1 = 6.$$

$$CH = \sqrt{64-36} = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}; \quad R_Ш = \sqrt{7}.$$

Вспомним теперь формулы для нахождения боковой поверхности усеченного конуса и шара:

$$S_{бок.\ кон.} = \pi L (R + r) = \pi \cdot 8 \cdot (1 + 7) = 64\pi.$$

$$S_{пов.ш.} = 4\pi R^2_Ш = 4 \cdot \pi \cdot 7 = 28\pi.$$

$$\frac{7S}{S_0} = \frac{7 \cdot 64\pi}{28\pi} = 16.$$

Ответ: 16.

B11. *Два насоса разной мощности, работая одновременно, наполняли бассейн водой за 4 часа. После реконструкции производительность первого насоса увеличилась на 20%, а второго- на 60%. Теперь они работая одновременно, наполняют бассейн за 3 часа. За сколько часов может наполнить бассейн первый насос после реконструкции?*

<u>Решение.</u>

Обозначим производительность первой трубы *x*, а второй – *y*.

Если увеличить производительность первой трубы 20%, то она станет 1,2 *x*. А увеличенная на 60% производительность второго – 1,6 *y*.

Всю выполняемую работу примем за единицу. Составим таблицу по условию задачи:

Производительность	Время	Работа
$x + y$	4 ч	1
$1{,}2\,x + 1{,}6\,y$	3 ч	1
$1{,}2\,x$	? ч	1

<table>
<tr><td></td><td>Составим два уравнения – по первой и второй строке таблицы:
$\begin{cases}(x+y)\cdot 4=1;\\(1{,}2x+1{,}6y)\cdot 3=1.\end{cases}$ Решая данную систему, получаем $x=\frac{1}{6}$; $y=\frac{1}{12}$.
Осталось найти искомое время:
1) $1{,}2\cdot\frac{1}{6}=0{,}2$ - увеличенная на 20% производительность первой трубы.
2) 1 : 0,2 = 5 часов.

Ответ: 5.</td></tr>
<tr><td>В12.</td><td>Решить уравнение $\log_3\left(28-\left|\sin 0{,}5\pi x\right|\right)=\sqrt{8+2x-x^2}$. В ответе укажите количество корней уравнения.

<u>Решение</u>.
Учтём, что $0\le\left|\sin 0{,}5\pi x\right|\le 1$. Значит, значение подлогарифмического выражения лежит в пределах $27\le 28-\left|\sin 0{,}5\pi x\right|\le 28$.
Если $\left|\sin 0{,}5\pi x\right|=1$, то выражение $\log_3\left(28-\left|\sin 0{,}5\pi x\right|\right)$ равно $\log_3 27=3$.
Если $\left|\sin 0{,}5\pi x\right|=0$, то выражение $\log_3\left(28-\left|\sin 0{,}5\pi x\right|\right)$ равно $\log_3 28$, что немного больше 3.
Итак, выражение $\log_3\left(28-\left|\sin 0{,}5\pi x\right|\right)$ равно 3 или немного больше 3.
Теперь о правой части уравнения. Подкоренное выражение представляет собой квадратичную функцию, графиком которой является парабола, с ветвями направленными вниз и вершиной в точке (1;9). Значит, подкоренное выражения имеет значение равное или меньшее 9. Тогда значение правой части уравнения может быть равное или меньшее 3 (но не меньше 0).
Итак, в уравнении могут быть корни, если и левая, и правая часть уравнения будут равны 3.
Правая часть уравнения равна 3, если x = 1. Подставим x = 1 в левую часть уравнения и получим:
$\log_3\left(28-\left|\sin 0{,}5\pi\right|\right)=\log_3(28-1)=\log_3 27=3$.
Значит, x = 1 – единственный корень уравнения.

Ответ: 1</td></tr>
</table>